



**ANALISIS KESALAHAN CALON GURU MATEMATIKA DALAM
MENYELESAIKAN SOAL INTEGRAL FUNGSI RASIONAL BERDASARKAN
TAHAPAN KASTOLAN**

Sumargiyani^{1)*}

¹Pendidikan Matematika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Ahmad Dahlan, Jl. Ringroad Selatan, Kragilan, Tamanan, Kec. Banguntapan, Bantul, 55191, Indonesia

✉ sumargiyani@pmat.uad.ac.id

ARTICLE INFO

Article History:

Received: 06/11/2024

Revised: 15/11/2024

Accepted: 22/11/2024

ABSTRAK

Mata kuliah kalkulus integral membahas integral dan penerapannya. Dalam kenyataan mahasiswa sering melakukan kesalahan dalam mengintegalkan, seperti mengintegalkan fungsi rasional. Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis jenis kesalahan yang dilakukan calon guru matematika dalam mengintegalkan fungsi rasional pada perkuliahan kalkulus integral menurut tahapan Kastolan dan faktor penyebab kesalahannya. Penelitian dengan pendekatan kualitatif yang berjenis deskriptif ini, menggunakan instrumen penelitian berupa dokumen hasil pekerjaan Ujian Akhir Semester Genap tahun akademik 2023/2024. Metode *purposive sampling* digunakan untuk memilih lima subyek penelitian dari 13 mahasiswa. Analisis data dilakukan dengan menganalisis kesalahan berdasarkan tahapan Kastolan. Dari data yang terkumpul dianalisis dengan cara mereduksi data, mengumpulkan data, dan menarik kesimpulan. Hasil penelitian yang diperoleh untuk masing-masing jenis kesalahan 74,4% untuk konseptual, 87,2% untuk prosedural dan 92,3% untuk teknikal. Beberapa kesalahan yang dilakukan mahasiswa dalam mengerjakan soal integral fungsi rasional karena tidak dapat memilih rumus yang tepat, tidak dapat mengerjakan secara urut, tidak dapat memfaktorkan, tidak dapat memahami bahwa fungsi yang diintegalkan merupakan integral fungsi rasional, tidak dapat mengintegalkan integral dasar, melakukan perhitungan yang ceroboh atau kurang teliti. Kesimpulan yang diperoleh kesalahan terbesar mahasiswa dalam menyelesaikan soal integral fungsi rasional pada kesalahan teknikal, yang disebabkan dari tidak dapat memfaktorkan fungsi dan melakukan pengintegralan.

Kata kunci: Analisis Kesalahan, Integral Fungsi Rasional, Kalkulus Integral, Tahapan Kastolan

ABSTRACT

The integral calculus course discusses integrals and their applications. In reality, students often make mistakes in integrating, such as integrating rational functions. This research aims to analyze the types of errors made by prospective mathematics teachers in integrating rational functions in integral calculus lectures according to the Kastolan stages and the factors that cause the errors. This research, with a descriptive qualitative approach, uses research instruments in the form of work documents for the Even Semester Final Examination for the 2023/2024 academic year. The purposive sampling method was used to select five research subjects from 13 students. Data analysis was carried out by analyzing errors based on the Kastolan stages. The collected data is analyzed by reducing data, collecting data, and drawing conclusions. The research results obtained for each type of error were 74.4% for conceptual, 87.2% for procedural and 92.3% for technical. Some mistakes made by students in working on integral rational function questions are because they cannot choose the right formula, cannot do it sequentially, cannot factor, cannot understand that the function being integrated is an integral rational function, cannot integrate basic integrals, do wrong calculations. careless or careless. The conclusion obtained is that the biggest mistake students make in solving rational function integration problems is technical errors, which are caused by not being able to factor functions and carry out integration.

Keywords: Error Analysis, Integral Rational Functions, Integral Calculus, Kastolan Stages

This is an open access article under the [CC-BY-SA](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/) license



Cara Menulis Sitasi: Sumargiyani. (2024). Analisis Kesalahan Calon Guru Matematika dalam Menyelesaikan Soal Integral Fungsi Rasional Berdasarkan Tahapan Kastolan. *SIGMA: Jurnal Pendidikan Matematika*, 16 (2), 336-346. <https://doi.org/10.26618/sigma.v16i2.16217>

Pendahuluan

Matematika merupakan disiplin ilmu yang penting dipelajari karena banyak digunakan dalam kehidupan sehari-hari (Jannah & Hayati, 2024). Melalui matematika, membekali mahasiswa dalam berpikir logis, analitis, dan sistematis (Kenedi et al., 2018). Matematika telah membantu manusia dalam mengambil suatu keputusan, matematika juga mengajarkan konsistensi dalam berpikir dan melakukan ketelitian yang dapat diterapkan di berbagai aspek kehidupan. Salah satu bagian yang dipelajari di matematika yaitu aljabar, geometri, kalkulus dan statistika (Faris & Ulfa, 2019). Materi yang dipelajari didalam kalkulus mengenai fungsi, limit fungsi, kekontinuan, diferensial dan integral.

Kalkulus di program studi Pendidikan Matematika merupakan mata kuliah wajib yang harus diberikan. Di pendidikan matematika Universitas Ahmad Dahlan, kalkulus diberikan mulai dari semester satu sampai semester tiga. Materi dalam kalkulus integral terdiri atas integral dasar, teknik pengintegralan, luas daerah bidang datar dan volume benda putar. Dari pengalaman mengajar kalkulus integral, peneliti menemukan beberapa mahasiswa kesulitan dalam materi teknik pengintegralan, seperti materi integral fungsi rasional. Mahasiswa mengalami kesulitan dalam memilih dan menentukan metode yang harus digunakan untuk menyelesaikan soal. Mahasiswa belum secara cepat menentukan bahwa integral yang dihadapi merupakan integral trigonometri, integral parsial, integral fungsi rasional atau yang lain. Ketika sudah sampai pada pembahasan teknik pengintegralan integral fungsi rasional, mahasiswa masih terkendala dengan materi prasyarat yaitu penguasaan integral dasar dan pemfaktoran fungsi. Akibatnya pada soal integral fungsi rasional mahasiswa tidak dapat mengerjakan soal sampai selesai. Oleh karena mahasiswa mengalami kesulitan berakibat pada kesalahan dalam mengerjakan soal.

Kesalahan adalah suatu penyimpangan yang bersifat sistematis, konsisten dan memberi gambaran kemampuan mahasiswa dalam menyelesaikan soal (Mujib, 2018). Bentuk kesalahan dapat berupa kesalahan konseptual, kesalahan prosedural ataupun kesalahan teknis (Raharti & Yuniarta, 2020). Tahapan Kastolan membagi kesalahan dalam tiga bagian, yaitu kesalahan konseptual, prosedural dan teknis (Khoiri et al., 2024). Beberapa penelitian sebelumnya telah menganalisis kesalahan dengan menggunakan tahapan Kastolan, (Ayuningsih et al., 2020) menganalisis kesalahan pada penyelesaian masalah program linear dengan hasil kesalahan terbesar pada kesalahan konseptual sebesar 83%. Penelitian dari (Soesanto, 2021) menganalisis pada mata kuliah aljabar linear dengan hasil kesalahan terbesar sebanyak 50% pada kesalahan konseptual. (Hajerina et al., 2022) menemukan hasil mahasiswa kategori tinggi melakukan kesalahan pada kesalahan konseptual.

Kesalahan-kesalahan mahasiswa dalam mengerjakan soal integral fungsi rasional perlu dianalisis agar kedepannya tidak melakukan kesalahan lagi yang sama. Bagi dosen sendiri

analisis ini sangat berguna untuk masukan dalam mengajarkan materi integral fungsi rasional, dan dapat memberitahukan dan menekankan letak kesalahan yang biasanya dilakukan oleh mahasiswa ketika mengerjakan soal kalkulus integral, pada materi integral fungsi rasional.

Dari hasil penjabaran di atas, maka perlu dilakukan penelitian untuk mendeskripsikan dan menganalisis kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal integral fungsi rasional pada mata kuliah kalkulus integral.

Metodologi Penelitian

Penelitian ini dilakukan di Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Ahmad Dahlan. Data penelitian berupa dokumentasi yang diperoleh dari hasil pekerjaan mahasiswa pada ujian akhir semester kalkulus integral tahun akademik 2023/2024. Data yang diambil berupa hasil pekerjaan untuk soal integral fungsi rasional. Dari empat soal yang diberikan terdapat satu soal yang berbentuk integral fungsi rasional. Adapun soal yang diberikan adalah Gambar 1:

Hitung integral dari $\int \frac{5x+3}{x^3-2x^2-3x} dx$

Gambar 1. Soal Integral Fungsi Rasional

Penelitian yang dilakukan bersifat deskriptif kualitatif, yaitu dengan menjelaskan secara terperinci mengenai kesalahan hasil pekerjaan mahasiswa berdasarkan Kastolan. Kesalahan proses yang dilakukan mahasiswa dalam mengerjakan soal integral fungsi rasional dipaparkan dengan berpedoman pada Kastolan. Dari hasil pekerjaan dilakukan reduksi data, pengumpulan data dan dilakukan penarikan kesimpulan.

Indikator kesalahan yang digunakan dilakukan dengan memodifikasi dari indikator dari (Putri & Musdi, 2021), (Hasibuan et al., 2022), dan (Sudjanta et al., 2023) yang disesuaikan dengan penyelesaian untuk soal integral fungsi rasional. Adapun indikator yang digunakan dalam penelitian sesuai dengan Tabel 1. berikut.

Tabel 1. Indikator Kesalahan Berdasarkan Tahapan Kastolan

No	Jenis Kesalahan	Indikator
1	Konseptual	a. Mahasiswa salah dalam menafsirkan menggunakan konsep. b. Mahasiswa salah dalam memilih rumus matematika. c. Mahasiswa salah dalam memilih metode untuk menyelesaikan soal integral fungsi rasional
2	Prosedural	a. Mahasiswa mengerjakan soal tidak sesuai langkah-langkah atau tidak urut b. Mahasiswa tidak dapat menyelesaikan soal sampai selesai c. Mahasiswa tidak dapat menggunakan rumus dengan benar
3	Teknikal	a. Mahasiswa salah dalam memfaktorkan fungsi b. Mahasiswa salah dalam melakukan pengintegralan c. Mahasiswa salah dalam penulisan notasi matematika dan perhitungan matematika

Semua hasil ke 13 mahasiswa dianalisis sesuai jenis kesalahan Kastolan, selanjutnya dihitung persentasenya dengan menggunakan rumus

$$\text{Persentase Kesalahan} = \frac{\text{jumlah kesalahan}}{\text{skor total}} \times 100\%$$

Sehingga nanti diperoleh persentase dari masing-masing kesalahan. Langkah selanjutnya diambil sebanyak enam hasil pekerjaan yang memiliki kesalahan bervariasi secara *purposive sampling* untuk dianalisis faktor penyebab kesalahan yang dilakukan oleh mahasiswa dalam mengerjakan soal integral fungsi rasional.

Hasil Penelitian dan Pembahasan

A. Hasil Penelitian

Penelitian dengan mengambil hasil pekerjaan mahasiswa pada ujian akhir semester genap tahun akademik 2023/2024. Ujian dilaksanakan pada tanggal 16 Juli 2024 dengan jumlah mahasiswa kelas B sebanyak 13 orang. Ada sebanyak empat soal yang diberikan dengan bentuk soal *essay*, dengan satu soal untuk materi integral fungsi rasional, sehingga yang dianalisis pada penelitian ini hanya satu soal. Soal telah diverifikasi oleh dua orang dosen pendidikan matematika UAD dan soal telah dibuat oleh dosen pengampu kalkulus integral kelas B.

Kesalahan dari ke 13 mahasiswa disesuaikan dengan 3 jenis kesalahan disajikan pada Tabel 2. berikut.

Tabel 2. Persentase Jenis Kesalahan Mahasiswa

No	Mahasiswa	Kesalahan Konseptual	Kesalahan Prosedural	Kesalahan Teknikal	Jumlah	Persentase
1	DRP	3	3	3	9	100 %
2	AA	3	2	3	8	89 %
3	KIM	2	3	3	8	89 %
4	ASK	1	2	3	6	67 %
5	TSS	3	3	3	9	100 %
6	FDA	2	3	3	8	89 %
7	HMA	3	3	3	9	100 %
8	RR	1	2	2	5	56 %
9	SS	2	2	3	7	78 %
10	KLS	1	2	1	4	44 %
11	RM	3	3	3	9	100 %
12	ANA	2	3	3	8	89 %
13	AA	3	3	3	9	100 %
Jumlah		29	34	36	29	
Persentase		74,4 %	87,2%	92,3 %	74,4 %	

Berdasarkan hasil yang diperoleh seperti tercantum pada tabel 2, kesalahan terbesar terjadi pada kesalahan teknik sebesar 92,3%, selanjutnya kesalahan kedua sebesar 87,2% pada kesalahan procedural, dan yang ketiga kesalahan konseptual sebesar 74,4%. Ada sebanyak 5 mahasiswa yang memiliki persentase kesalahan 100%, artinya secara indikator kesalahan mahasiswa ini mengalami kesalahan semuanya. Dari jawaban 13 mahasiswa ini, peneliti mengambil sebanyak lima hasil pekerjaan mahasiswa dengan jawaban yang bervariasi, dengan tujuan untuk menganalisis faktor letak kesalahan mahasiswa dalam mengerjakan soal.

Berikut hasil ke lima mahasiswa dengan kesalahan -kesalahan yang dilakukan
1. Hasil pekerjaan mahasiswa TSS

$$2. \int \frac{5x+3}{x^3-2x^2-3x} dx$$

$$\frac{5}{2}x^2 + 3x$$

$$\frac{1}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2$$

Gambar 2. Hasil Pekerjaan TSS

Dari hasil pekerjaan mahasiswa TSS seperti terlihat pada Gambar 2. secara konsep, prosedur dan teknik telah melakukan kesalahan. Secara konseptual TSS tidak mengetahui bahwa fungsi yang diintegrasikan merupakan fungsi rasional, sehingga metode yang dipilih seharusnya metode pengintegralan fungsi rasional tetapi tidak dilakukan. Mahasiswa TSS telah melakukan pengintegralan dengan menggunakan rumus dasar pengintegralan, sehingga yang dilakukan dengan masing- masing suku diintegrasikan dengan menggunakan rumus $\int x^n dx = \frac{1}{n+1}x^{n+1}$. Adanya kesalahan yang dilakukan pada kesalahan pengambilan rumus dan metode, mengakibatkan kesalahan prosedural, yaitu langkah-langkah penyelesaian yang dilakukan menjadi salah, dan teknik yang digunakan menjadi salah semua.

2. Hasil pekerjaan mahasiswa KIM

$$\textcircled{2} \int \frac{5x+3}{x^3-2x^2-3x} dx = \frac{5x+3}{x(x-2)(x+1)} = \frac{A(x-2)}{x(x-2)(x+1)} + \frac{Bx}{x(x-1)} + \frac{Cx}{x(x-2)}$$

$$\frac{5x+3}{x^3-2x^2-3x} = \frac{A(x-2)}{x(x-2)(x+1)} + \frac{Bx}{x(x-1)} + \frac{Cx}{x(x-2)}$$

$$5x+3 = 2A - A + Bx^2 + Cx^3 - 3C$$

Gambar 3. Hasil pekerjaan KIM

Pada Gambar 3. Mahasiswa KIM dalam mengerjakan soal integral fungsi rasional secara konsep sudah paham bahwa fungsi yang diintegrasikan merupakan fungsi rasional. Metode yang dilakukan berikutnya juga sudah benar dengan memfaktorkan penyebutnya yaitu $x^3 - 2x^2 - 3x$. Namun hasil pefaktoran yang diperoleh salah yaitu $x(x - 2)(x + 1)$, seharusnya faktor yang benar dari $x^3 - 2x^2 - 3x = x(x - 3)(x + 1)$. Dari jawaban yang diberikan menunjukkan bahwa KIM tidak menguasai materi prasyarat pefaktoran. Kesalahan yang dilakukan oleh KIM juga terjadi ketika menuliskan $\int \frac{5x+3}{x^3-2x^2-3x} = A(x - 2)(x - 1) + Bx(x - 1) + cx(x - 2)$. Jawaban yang diberikan ini tidak ada kesinambungan antara bagian ruas kiri dengan ruas kanan, sehingga jawaban yang diberikan menjadi tidak bermakna. Dari hasil pekerjaan mahasiswa KIM, peneliti menyimpulkan bahwa telah terjadi kesalahan prosedural. Dari jawaban yang diberikan tidak menulis simbol dx ini artinya mahasiswa KIM telah melakukan kesalahan teknik, yaitu kesalahan dalam penulisan simbol matematika. KIM telah melakukan perhitungan yang salah pada perhitungan $A(x - 2)(x - 1) + Bx(x - 1) + Cx(x - 2)$ hasilnya menjadi $Ax - 2A + A - A + Bx^2 -$

$Bx + Cx^2 - Cx - 2C$. KIM juga tidak menyelesaikan hasil pekerjaannya sampai selesai, hal ini menunjukkan bahwa KIM tidak tahu alur atau langkah-langkah yang harus diselesaikan.

3. Hasil pekerjaan mahasiswa FDA

$$2. \int \frac{5x+3}{x^3-2x^2-3x}$$

$$= \frac{1}{x} + \frac{A}{x-3} + \frac{B}{x+1}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{A(x+1) + B(x-3)}{(x-3)(x+1)}$$

$$= \frac{1}{x} + \frac{Ax+A+Bx-3B}{(x-3)(x+1)}$$

$$= \frac{1}{x} + \frac{Ax^2+Ax+Bx^2-3Bx+x^2-2x-3}{x(x-3)(x+1)}$$

$$= \frac{(A+B)x^2 + (A-3B-2)x - 3}{x(x-3)(x+1)}$$

$$= \frac{(A+B+1)x^2 + (A-3B-2)x - 3}{x(x-3)(x+1)}$$

$$= \frac{x-3}{x(x-3)(x+1)}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x+1} + (A+B+1) \cdot 0 + (A-3B-2) \cdot 3 - 3$$

Gambar 4. Hasil Pekerjaan FDA

Gambar 4 merupakan hasil pekerjaan mahasiswa FDA. Pada penulisan soal mahasiswa FDA kurang teliti dalam penulisan simbol, yaitu dalam menulis $\int \frac{5x+3}{x^3-2x^2-3x}$ diakhir integral tidak ditulis simbol dx . Hal ini menunjukkan FDA telah melakukan kecerobohan dan kurang teliti dalam penulisan. Kesalahan berikutnya menuliskan $\int \frac{5x+3}{x^3-2x^2-3x} = \frac{1}{x} + \frac{A}{x-3} + \frac{B}{x+1}$ jika dibaca bagian yang ada di ruas kiri simbol sama dengan tidak sambung dengan di bagian ruas kanan. Oleh karena telah menulis $\frac{1}{x} + \frac{A}{x-3} + \frac{B}{x+1}$ sudah mengindikasikan bahwa FDA paham bahwa soal yang akan diintegrasikan berbentuk soal integral fungsi rasional. Dalam melakukan pemfaktoran mahasiswa FDA sudah benar, karena faktor dari $x^3 - 2x^2 - 3x$ adalah $x, (x - 3)$ dan $(x + 1)$. Kesalahan yang dilakukan berikutnya pada $\frac{1}{x} + \frac{A}{x-3} + \frac{B}{x+1}$ yang seharusnya ditulis $\frac{A}{x} + \frac{B}{x-3} + \frac{C}{x+1}$ sehingga nanti dapat dihitung nilai A, B maupun C . Langkah-langkah yang dilakukan oleh FDA seharusnya benar apabila FDA menulis dalam bentuk $\frac{A}{x} + \frac{B}{x-3} + \frac{C}{x+1}$. Oleh karena tidak dilakukan, maka perhitungan berikutnya menjadi salah, dan FDA tidak menemukan nilai dari A, B dan C yang seharusnya ditemukan. Langkah pekerjaan yang dilakukan oleh FDA tidak sampai selesai disebabkan tidak bisa menemukan nilai A, B dan C .

4. Hasil pekerjaan mahasiswa FDA

$$2 \int \frac{5x+3}{x^3-2x^2-3x} dx$$

$$\frac{5x+3}{(x^3)-(2x^2)-(3x)} = \frac{A}{x^3} + \frac{B}{2x^2} + \frac{C}{3x}$$

$$5x+3 = A \cdot 3x + B \cdot 4x + C \cdot 3x$$

- $x^3=0 \quad 5x+3 = 0+3y+0$
- $x=3 \quad B = 3/2$
- $x=4 \quad 5x(3) = 0+0+4c$
- $x=4 \quad = \frac{4}{-4}$
- $x=0 \quad 5(0) = A+B+C$
- $0 = 3/2 + 4/4$
- $-A = 3 + 3/2 + 4/4$
- $-A = \frac{6+8+4}{4}$
- $-A = 30$

$$\int \frac{30}{x^3} dx + \int \frac{3}{2x^2} dx + \int \frac{4/4}{3x} dx$$

$$\frac{4}{4} \int \frac{dx}{3x} + 3 \int (2x^2) dx + \frac{4}{4} \int \frac{dx}{2x^2}$$

$$\frac{1}{4} \ln|x-1| + \frac{2}{3} \ln|x^3| - \frac{1}{4} \ln|2x^2|$$

Gambar 5. Hasil Pekerjaan SS

Gambar 5, merupakan jawaban mahasiswa SS. Jawaban hasil pekerjaan secara konsep SS sudah paham bahwa integral yang dihadapi adalah integral fungsi rasional. Hal ini dibuktikan dengan ditulisnya $\frac{5x+3}{x^3-2x^2-3x} = \frac{A}{x^3} + \frac{B}{2x^2} + \frac{C}{3x}$. Kesalahan yang dilakukan oleh SS berawal dari kesalahan pemfaktoran. Mahasiswa SS mengalami kesulitan dalam memfaktorkan $x^3 - 2x^2 - 3x$. SS menganggap bahwa hasil faktornya adalah $x^3, 2x^2$ dan $3x$, sehingga mahasiswa SS mengalami kesalahan dalam langkah selanjutnya. Kesalahan berikutnya dilakukan ketika menuliskan dan menyelesaikan persamaan $5x + 3 = A3x + B4x + C3x$. SS menuliskan bagian yang ruas kanan dari simbol sama dengan tanpa dasar dan tidak ada kesinambungan sama sekali dengan langkah sebelumnya. Ketika akan mencari nilai A, B ataupun C pengambilan nilai substitusi yang dilakukan juga tanpa dasar, seperti menulis $x^3 = 0, x = 3$. Dalam melakukan integral dasar mahasiswa SS belum menguasai, hal ini terlihat dari hasil pekerjaannya yang menuliskan $\int \frac{30}{x^3} dx + \int \frac{3}{-2x^2} dx + \int \frac{4}{3x} dx$ yang sama dengan $\frac{4}{4} \int \frac{dx}{3x} + 3 \int (2x^2) dx + \frac{4}{4} \int \frac{dx}{x^2} dx$ dan hasil integralnya menjadi $\frac{1}{4} \ln|x-1| + \frac{2}{3} (x^3) dx + \frac{4}{4} \ln|2x^2|$. Hasil yang ditulis ini sama sekali salah, dan peneliti menyimpulkan bahwa mahasiswa SS tidak menguasai rumus integral dasar.

5. Hasil pekerjaan mahasiswa RM

$$\begin{aligned} & \int \frac{5x+3}{x^3-2x^2-3x} dx \\ \text{Penyelesaian: } & \int \frac{5x+3}{x^3-2x^2-3x} dx \\ & = \frac{x^5+3}{1x-2x-x^2} dx \\ & = \frac{x^5+3}{-1x^3} dx \\ & = x^5 - 1x^3 + C \end{aligned}$$

Gambar 6. Hasil Pekerjaan RM

Pada Gambar 6. Mahasiswa RM dalam mengerjakan soal integral fungsi rasional ini melakukan kesalahan konsep. Mahasiswa tidak memahami bahwa fungsi yang diintegrasikan merupakan fungsi rasional dan harus diintegrasikan dengan menggunakan integral fungsi rasional. Konsep dasar pengintegralan yang dilakukan juga salah. Hal ini dapat dilihat dari hasil pengintegralan yang ditulis $\frac{x^5+3}{\frac{1}{4}x^4-\frac{2}{3}x^3-x^2} dx$. masih mengandung simbol dx . Kesalahan juga terjadi pada penyederhanaan $x^5 + 3$ yang disederhanakan menjadi x^{15} , dengan langkah yang dilakukan dengan mengkalikan pangkat dengan konstanta. Begitu juga hasil dari $\frac{1}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3 - x^2$ disederhanakan menjadi $1x - 2x - x^2$ yang seharusnya tidak dapat disederhanakan. Kesalahan RM berikutnya menjumlahkan $1x - 2x - x^2$ dengan jalan menambahkan $1x$ dengan $-2x$ menjadi $-1x$, selanjutnya $-1x$. ditambahkan dengan x^2 menjadi $-1x^3$. Hasil ini menunjukkan bahwa mahasiswa RM tidak menguasai operasi penjumlahan pada matematika secara benar. Dari hasil pekerjaan RM mulai dari konsep, prosedur dan teknik telah terjadi kesalahan semua.

B. Pembahasan

Kesalahan – kesalahan yang dilakukan mahasiswa dalam mengerjakan soal integral fungsi rasional bermacam-macam. Kesalahan diawali dari pemahaman yang salah yang dilakukan mahasiswa dalam memahami soal dan tidak paham mengenai fungsi yang diintegrasikan termasuk fungsi rasional, fungsi trigonometri atau jenis fungsi yang lainnya menjadi penyebab awal mahasiswa mengalami kesalahan. Seperti yang dialami oleh mahasiswa TSS dan RM. Mahasiswa TSS dan RM telah melakukan kesalahan konsep dari awal. Kedua mahasiswa ini tidak paham bahwa integral yang dikerjakan termasuk dalam integral fungsi rasional. Oleh karena tidak paham bentuk integral yang akan dikerjakan, maka metode penyelesaian yang dilakukan juga mengalami kesalahan. Hasil pekerjaan yang dilakukan oleh mahasiswa TSS dapat digolongkan termasuk tidak paham dengan teknik pengintegralan. Dari hasil pekerjaannya saja dapat dilihat bahwa mahasiswa TSS tidak menguasai integral dasar. Kesalahan yang sama juga dilakukan oleh mahasiswa RM yang sama sekali tidak paham dengan integral fungsi rasional. Langkah-langkah prosedural yang dilakukan mahasiswa TSS dan RM dari awal sampai ke tahap akhir juga mengalami kesalahan. Kesalahan teknik dalam pengintegralan juga telah dilakukan, kedua mahasiswa ini juga tidak

menguasai integral dasar. Mahasiswa yang mengerjakan soal seperti mahasiswa TSS dan RM ini menurut pendapat penulis perlu dilakukan pemahaman konsep yang matang mengenai integral dasar, sebelum lanjut ke teknik pengintegralan, seperti mengintegalkan fungsi rasional.

Kasus yang dialami mahasiswa TSS dan RM berbeda dengan mahasiswa KIM, FDA dan SS. Mahasiswa KIM, FDA dan SS dalam mengerjakan soal integral ini sudah paham bahwa integral yang dihadapi merupakan integral fungsi rasional. Metode yang dilakukan dalam mengerjakan soal juga sudah benar. Setelah paham bahwa integralnya termasuk dalam integral fungsi rasional, ketiga mahasiswa ini melakukan pemfaktoran pada fungsi penyebutnya. Mahasiswa FDA telah melakukan pemfaktoran dengan benar, tetapi KIM dan SS salah dalam melakukan pemfaktoran. Mahasiswa KIM sama sekali tidak paham cara melakukan pemfaktoran, hal ini dapat dilihat dari hasil penyebut yang ditulisnya yaitu x^3 , $2x^2$ dan $3x$. Mahasiswa SS telah melakukan pemfaktoran tetapi hasilnya masih salah, seharusnya mahasiswa SS melakukan pengecekan ulang hasil pemfaktoran yang didapatkan apabila dikalikan apakah kembali pada fungsi semula atau tidak. Kesalahan yang mahasiswa lakukan berawal dari kesalahan pemfaktoran dan dalam mencari nilai A , B dan C . Perhitungan yang dilakukan mahasiswa dalam menentukan nilai A , B dan C pada mahasiswa KIM, SS dan FDA telah mengalami kesalahan, sehingga hasil akhir penyelesaian yang dilakukan menjadi salah.

Dari hasil pekerjaan ke lima mahasiswa tersebut peneliti menyimpulkan faktor kesalahan mahasiswa dalam mengerjakan soal integral fungsi rasional disebabkan oleh : (1) tidak paham rumus yang akan digunakan, hal ini sesuai dengan hasil penelitian (Siregar, 2019) yang menemukan kesalahan terjadi karena tidak paham memilih rumus yang tepat; (2) tidak paham metode yang dilakukan untuk mengerjakan soal, ini sesuai dengan hasil penelitian dari (Delvia & Cut, 2018) yang menyatakan bahwa kesalahan terjadi karena tidak memahami metode yang harus dipilih dan digunakan; (3) kesulitan dalam melakukan pemfaktoran suatu fungsi, (4) kesulitan dalam melakukan langkah-langkah penyelesaian, hal ini sesuai dengan temuan dari penelitian (Rofi'ah et al., 2019); (5) kesulitan dalam melakukan pengintegralan meskipun yang dihadapi sudah berbentuk integral dasar, hal ini sesuai dengan hasil penelitian (Agustina et al., 2016) bahwa kesalahan terjadi karena kurang memahami materi prasyarat; (6) kesulitan menyelesaikan soal sampai tahap akhir, sesuai hasil temuan dari penelitian (Aprilianti et al., 2024); dan (7) kurang teliti dan ceroboh dalam melakukan perhitungan, seperti temuan hasil penelitian dari (Cahyani & Sutriyono, 2018).

Simpulan

Dari hasil penelitian ini dapat disimpulkan bahwa dari ketiga belas mahasiswa tidak ada satupun yang mengerjakan soal integral fungsi rasional dengan benar. Kesalahan terbesar pada kesalahan teknis sebesar 92,3%, berikutnya kesalahan prosedural sebesar 87,2% dan terakhir kesalahan konseptual sebesar 74,4%. Kesalahan yang dilakukan diawali dari mahasiswa tidak dapat memahami bahwa integral yang dikerjakan merupakan integral fungsi rasional. Langkah-langkah penyelesaian yang dilakukan salah dan tidak urut. Mahasiswa belum menguasai integral dasar sebagai materi prasyarat.

Dari hasil penelitian yang telah dilakukan untuk pembelajaran berikutnya perlu ditekankan pada penguasaan materi prasyarat, yaitu materi integral dasar. Sebelum mahasiswa melakukan teknik pengintegralan. Sebelum melakukan penintegralan mahasiswa perlu

memahami secara benar fungsi yang akan diintegrasikan termasuk dalam integral fungsi rasional atau yang lain. Saran dari peneliti untuk penguasaan materi integral fungsi rasional mahasiswa perlu memperbanyak latihan soal yang bervariasi dan ditingkatkan pemahaman dan penguasaan integral dasar.

Daftar Pustaka

- Aditya, C. C., & Sutriyono, S. (2018). Analisis Kesalahan Siswa Dalam Menyelesaikan Soal Pada Materi Operasi Penjumlahan dan Pengurangan Bentuk Aljabar Bagi Siswa Kelas VII SMP Kristen 2 Salatiga. *JTAM | Jurnal Teori Dan Aplikasi Matematika*, 2(1), 26. <https://doi.org/10.31764/jtam.v2i1.257>
- Agustina, I. R., Mulyono, M., & Asikin, M. (2016). Analisis Kesalahan Siswa Kelas Viii Dalam Menyelesaikan Soal Matematika Bentuk Uraian Berdasarkan Taksonomi Solo. *Unnes Journal of Mathematics Education*, 5(2). <https://doi.org/10.15294/ujme.v5i2.11399>
- Aprilianti, I., Lestariningsih, L., & Lutfianto, M. (2024). Analisis Kesalahan Siswa Dalam Menyelesaikan Soal Logaritma. *Jurnal Edukasi: Kajian Ilmu Pendidikan*, 9(2), 9–17. <https://doi.org/10.51836/je.v9i2.622>
- Ayuningsih, R., Setyowati, R. D., & Utami, R. E. (2020). Analisis Kesalahan Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Program Linear Berdasarkan Teori Kesalahan Kastolan. *Imajiner: Jurnal Matematika Dan Pendidikan Matematika*, 2(6), 510–518. <https://doi.org/10.26877/imajiner.v2i6.6790>
- Delvia, O. H., & Cut, L. Z. (2018). Analisis Kesalahan Siswa Berdasarkan Newman's Error Analysis Dalam Menyelesaikan Soal Cerita Dan Minat Belajar Siswa Menggunakan Model Contextual Teaching Learning. *Jurnal MathEducation Nusantara*, 6(2), 143–154.
- Hajerina, Suciati, I., & Sartika, N. (2022). Analisis Kesalahan Mahasiswa Dalam Menyelesaikan Masalah Turunan Fungsi Dua Variabel. *Koordinat Jurnal MIPA*, 3(2), 23–32. <https://doi.org/10.24239/koordinat.v3i2.41>
- Hasibuan, N. S. R., Roza, Y., & Maimunah, M. (2022). Analisis Kesalahan Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Berdasarkan Teori Kastolan. *Jurnal Paedagogy*, 9(3), 486. <https://doi.org/10.33394/jp.v9i3.5287>
- Kenedi, A. K., Hendri, S., Ladiva, H. B., & Nelliarti. (2018). Kemampuan Koneksi Matematis Siswa Sekolah Dasar dalam Memecahkan Masalah Matematika. *Jurnal Numeracy*, 5(2), 226–235.
- Khoiri, M., Setyo, A., Lestari, B., & Rayungsari, M. (2024). Analisis Kemampuan Koneksi Matematis Berdasarkan Teori Kastolan Di MA At Taqwa Canean. 3(3), 157–168.
- Jannah, M., & Hayati, M. (2024). Pentingnya kemampuan literasi matematika dalam pembelajaran matematika. *Griya Journal of Mathematics Education and Application*, 4(1), 40–54. <https://doi.org/10.29303/griya.v4i1.416>
- Faris, M. N., Ulfa, S., & Praherdhiono, H. (2019). Pembuktian Teorema Pythagoras Berbasis Visual. *Jurnal Inovasi Teknologi Pembelajaran*, 6(1), 8–14.
- Mujib, A. (2018). Identifikasi Miskonsepsi Mahasiswa Menggunakan Cri Pada Mata Kuliah Kalkulus Ii. *Mosharafa: Jurnal Pendidikan Matematika*, 6(2), 181–192. <https://doi.org/10.31980/mosharafa.v6i2.305>
- Putri, S. A., & Musdi, E. (2021). Analisis Kesalahan Peserta Didik Kelas X SMK Dalam

- Menyelesaikan Soal Pemecahan Masalah Berdasarkan Tahapan Kastolan. *JEMS: Jurnal Edukasi Matematika Dan Sains*, 9(2), 169. <https://doi.org/10.25273/jems.v9i2.9871>
- Raharti, A. D., & Yuniarta, T. N. H. (2020). Identifikasi Kesalahan Matematika Siswa Smp Berdasarkan Tahapan Kastolan. *Journal of Honai Math*, 3(1), 77–100. <https://doi.org/10.30862/jhm.v3i1.114>
- Sudjanta, R. J., Fahri A.M.A., Sasmita, R. F. P., & Abdullayev, R. (2023). Analisis Kesalahan Siswa SMK dalam Menyelesaikan Soal Aljabar Berbasis Teori Kastolan. *Jurnal Riset Rumpun Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam*, 3(1), 129–137. <https://doi.org/10.55606/jurrimipa.v3i1.2289>
- Rofi'ah, N., Ansori, H., & Mawaddah, S. (2019). Analisis Kesalahan Siswa Dalam Menyelesaikan Soal Cerita Matematika Berdasarkan Langkah Penyelesaian Polya. *EDU-MAT: Jurnal Pendidikan Matematika*, 7(2), 120. <https://doi.org/10.20527/edumat.v7i2.7379>
- Siregar, H. M. (2019). Analisis Kesalahan Siswa Dalam Menyelesaikan Soal Tes Kemampuan Berpikir Kreatif Matematis Materi Lingkaran. *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 8(3), 497–507. <https://doi.org/10.24127/ajpm.v8i3.2379>
- Soesanto, R. H. (2021). Tinjauan Analisis Kesalahan Mahasiswa Pada Mata Kuliah Aljabar Linear Berdasarkan Model Tahapan Kastolan. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 4(1), 1–12.